Endüstri Mühendisliği Dergisi
Cilt: 23 Sayı: 1 Sayfa: (28-39) YA/EM 2010 Özel Sayısı

ÇİFTDÜZEYLİ BİR REKABETÇİ TESİS YER SEÇİMİ PROBLEMİ İÇİN TABU ARAMA SEZGİSELİ

Hande KÜÇÜKAYDIN, Necati ARAS, İ. Kuban ALTINEL*

Boğaziçi Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, İstanbul

hande.kucukaydin@boun.edu.tr

Geliş Tarihi: 3 Eylül 2010; Kabul Ediliş Tarihi: 6 Mayıs 2011
Bu makale 1 kez düzeltilmek üzere 4 gün yazarlarda kalmıştır.

ÖZET

Bu çalışmada bir rakibe ait tesislerin bulunduğu pazara, yeni tesisler açarak girmeye çalışan bir firmanın problemi ele alınmaktadır. Pazara yeni giriş yapan firma kârını enbüyükleyecek eniyi tesis yerlerini ve çekiciliklerini bulmayı amaçlamaktadır. Diğer taraftan rakip firma kendi kârını enbüyüklemek için, bu durum karşısında tepki göstererek var olan tesislerinin çekiciliklerini değiştirerek yeniden tasarlayabilir, var olan tesislerini kapatabilir ve/veya yeni tesisler açabilir. Müşterilerin davranışını modellemek için çekim temelli gösterimden yararlanılmaktadır. Bu gösterimde bir müşterinin bir tesisi ziyaret etme olasılığı tesis çekiciliğiyle doğru, müşteriyle tesis arasındaki uzaklıkla ters orantılıdır. Çalışmada kesikli uzayda çiftdüzeyli doğrusal olmayan bir karışık tamsayı programlama gösterimi geliştirilmektedir. Bu gösterimde pazara yeni giriş yapan firma karar vericilerden öncü, rakip firma ise izleyici konumdadır. Geliştirilen gösterime olurlu çözüm bulmak için iki tabu arama sezgiseli önerilmektedir. Bu sezgisellerde, bir eğim artış algoritması ile doğrusal olmayan programlama gevşetmesi kullanan bir dal-sınır algoritması olmak üzere iki kesin yöntemden altyordam olarak yararlanılmaktadır.

Anahtar Sözcükler: Rekabetçi tesis yer seçimi, çiftdüzeyli programlama, karışık tamsayılı programlama, tabu arama sezgiseli

TABU SEARCH HEURISTICS FOR A BILEVEL COMPETITIVE FACILITY LOCATION PROBLEM

ABSTRACT

In this study, the problem of a firm is considered where the firm tries to open new facilities in a market where there are already existing facilities belonging to a competitor. The new entrant firm wishes to find the optimal location and attractiveness levels of its facilities to maximize its profit. On the other hand, the competitor can react to the new entrant by changing the attractiveness levels of its existing facilities, closing them and/or opening new facilities. The gravity-based rule is employed in order to model the customer behavior. According to this rule, the probability that a customer patronizes a facility is proportional to the attractiveness level of the facility and inversely proportional to the distance between the customer and the facility. To this end, a bilevel mixed-integer nonlinear programming problem in discrete space is formulated. The new entrant firm is the leader of the game and the competitor is the follower. In order to find feasible solutions to the model, two tabu search heuristic methods are proposed. Two exact methods are utilized as subroutines of the proposed methods: a gradient ascent algorithm and a branch-and-bound algorithm that uses nonlinear programming relaxation.

Keywords: Competitive facility location, bilevel programming, mixed-integer programming, tabu search heuristic

* İletişim yazarı

1. GİRİŞ

Rekabetçi tesis yer seçimi problemlerinde bir firma veya firmalar, rakiplerin bulunduğu pazara yeni bir tesis açarak girmeye çalışır. Rakiplere ait tesislerin yerleri ve çekicilikleri önsel olarak bilinmektedir. Tüm tesislerin amacı müşteriler ve pazar payı için rekabet ederek kârlarını enbüyüklemektir. Kârı enbüyüklemek amacıyla tüm rekabetçi tesis yer seçimi gösterimleri her tesisin kaptığı pazar payını çıkarsamaya çalışır. Genellikle bu gösterimler pazar payının veya kârın enbüyüklendiği eniyi tesis yerlerini bulmak içindir. Hotelling (1929) öncü çalışmasında bir plajda bulunan eşit çekiciliğe sahip iki dondurmacının rekabetini ele alan bir gösterim geliştirmiştir. Bu gösterimde müşteriler en yakındaki dondurmacıyı seçmektedir. Bu ilk gösterim zaman içerisinde günümüzün değişmiş pazar koşullarını yansıtacak biçimde eşit olmayan çekiciliklere sahip tesisleri içeren gösterimlere dönüşmeye başlamıştır.

Rekabetçi tesis yer seçimi gösterimlerini iki kümeye ayırmak olanaklıdır: Gerekirci ve rassal yarar gösterimleri. Çalışmaların tümünde tesis çekiciliği, tesise ait özniteliklerin bir fonksiyonu olarak belirlenmektedir. Aradaki ayrılık, gerekirci yarar gösterimlerinde müşterilerin kendilerine en yüksek yarar sağlayan tek bir tesise gitmeleri, rassal yarar gösterimlerinde ise müşterilerin her tesisi belli bir olasılığa göre ziyaret etmeleri nedeniyledir. Rekabetçi tesis yer seçimi yazınında en çok kullanılan rassal yarar gösterimi Reilly (1931) tarafından tanıtılan daha sonra Huff (1964,1966) tarafından da kullanılan çekim temelli gösterimdir. Bu gösterimde bir müşterinin bir tesise gitme olasılığı tesis çekiciliğiyle doğru, tesisle müşteri arasındaki uzaklıkla ters orantılıdır. Tesis çekiciliği ise tesis büyüklüğü, işgören sayısı, satılan mal çeşitliliği vs. ile belirlenmektedir (Huff 1964, 1966; Nakanishi ve Cooper, 1974). Bu çalışmada sözü edilen çekim temelli gösterimden yararlanılmaktadır.

Rekabetçi bir ortamda pazarda mevcut tesisleri olan bir firmanın, pazara yeni giren firma tesislerini açtıktan sonra bu yeni durum karşısında tepki göstermesi olanaklıdır. Bu durum çiftdüzeyli bir problemin ortaya çıkmasına neden olur. Bir çiftdüzeyli problemde hiyerarşik bir yapı içerisinde sıralanmış öncü ve izleyici olarak adlandırılan iki bağımsız oyuncu yer alır. Moore ve Bard (1990) tarafından gösterildiği gibi her oyuncu kendi amaç fonksiyonunu eniyilemeye çalışır ve çoğu zaman bu amaç fonksiyonları birbiriyle çelişir (Gümüş ve Floudas 2001). Önce, öncü kendi amaç fonksiyonunu eniyilemek için bir strateji seçer. Ardından öncünün stratejisi belli olduktan sonra, izleyici kendi amaç fonksiyonunu eniyileyebilmek için bir strateji seçerek tepkisini gösterir. Eniyileme yazınında bu çiftdüzeyli problemlere, oyun kuramı çerçevesinde durağan Stackelberg oyunları denmektedir (Bard, 1998).

Oyun kuramsal gösterimler içeren rekabetçi tesis yer seçimi yazını incelediğinde sekiz çalışmayla karşılaşılır. Bu çalışmalardan bazıları çiftdüzeyli programlama problemlerini ele alırken diğerleri Stackelberg denge problemlerini çözmeye çalışır. Fischer (2002), iki boyutlu uzayda ayrık noktalarda kümelenmiş müşterilerin bulunduğu pazarlara aynı ürünü satan iki rakipli bir kesikli rekabetçi tesis yer seçimi problemiyle ilgilenir. İki rakibin de amacı belli sayıda yeni tesis için eniyi yerleri bulmak ve her pazar için ürün ederlerini belirlemektir. Bu amaçla Fischer (2002) iki adet çiftdüzeyli gösterim önerir. İlki, iki rakibin de tesis yerlerini ve ürün ederlerini sabitlediği karışık tamsayılı çiftdüzeyli bir gösterim, diğeri ederlerin değiştirilebildiği doğrusal karışık tamsayılı bir gösterimdir. Doğrusal gösterim için sezgisel bir yöntem önerilmiş, ancak bilgisayısal sonuçlar verilmemiştir.

Bhadury vd. (2003), sürekli uzayda öncüye tepki olarak ilave tesisler açan bir izleyicinin problemini göz önünde bulunduran bir ağırlık merkezi gösterimini ele alır. Bunun yanı sıra Drezner (1982) iki problem önerir. İlk problemde tek bir var olan tesis tarafından kontrol edilen bir pazara istem noktalarının alım gücünün en büyük kısmını ele geçirecek yeni bir tesis açılmaktadır. İkinci problemde de aynı amaçla yeni bir tesis açılmaya çalışılır, ancak bu kez farklı olarak rakip yeni bir tesis açarak tepki verebilmektedir. Plastria ve Vanhaverbeke (2008) ise ileride izleyicinin yeni bir tesis açacağını göz önünde bulunduran enbüyük kaplama gösterimiyle uğraşırlar ve üç stratejiye göre üç gösterim önerirler: En kötü durum irdelemesi, enaz yazıklanma stratejisi ve rakibin amaç fonksiyonunu göz önüne alan Stackelberg stratejisi. Serra ve ReVelle (1993) hem öncünün hem de izleyicinin aynı sayıda tesis açtığı bir gösterimle ilgilenirler. Bu gösterimde öncünün amacı izleyicinin pazar payını enküçüklemektir; ancak müşterilerin en yakın tesise gittiği kabul edilmektedir.

Bir diğer Stackelberg denge problemi Pérez ve Pelegrín (2003) tarafından ele alınır. Amaçları hem öncü hem de izleyicinin tesis yerleri bir ağacın herhangi bir noktasında olabilen ve iki oyuncunun da birer tesis kurduğu bütün Stackelberg dengelerini tespit etmektir. Sáiz vd. (2009), sürekli uzayda öncünün ve izleyicinin pazar paylarının enbüyüklendiği yerde tek bir tesis açtığı doğrusal olmayan çiftdüzeyli bir programlama problemini ele alırlar. Aynı biçimde çekim temelli gösterimden yararlanırlar; ancak tesis çekicilikleri bilinmektedir. Belirlenmiş bir yanılgısızlık içersinde genel eniyiyi garanti eden bir dal-sınır algoritması önerirler. Drezner ve Drezner (1998), Sáiz vd. (2009) nin çalışmasına çok yakın bir gösterim önerir ve çözümü için üç sezgisel yöntem geliştirirler.

Bu çalışmada kesikli uzayda öncünün kârını enbüyüklemek amacıyla çiftdüzeyli bir problem ele alınmaktadır. Pazara yeni giren ve tesisleri için eniyi yer ve çekiciliği belirlemek isteyen firma oyunun öncüsüdür. Öncünün yeni tesisleri açıldıktan sonra izleyici kendi kârını enbüyüklemek için var olan tesislerinin çekiciliklerini değiştirerek yeniden tasarlayabilir, var olan tesislerini kapatabilir ve/veya yeni tesisler açabilir. Geliştirilen gösterim çiftdüzeyli doğrusal olmayan bir karışık tamsayı programlama gösterimidir ve çözümü için iki tabu arama sezgiseli önerilmektedir.

Çalışmanın geri kalanı şu biçimde planlanmıştır: 2. bölümde önerilen matematiksel gösterim ve özellikleri tanıtılmaktadır. 3. bölümde çözüm yöntemleri anlatılmaktadır. Bilgisayısal deney sonuçları 4. bölümde verilmektedir. Son olarak, 5. bölümde sonuçlardan söz edilmektedir.

2. MATEMATİKSEL GÖSTERİM

Göz önüne alınan durumda pazara yeni giriş yapan öncü, kârını enbüyüklemek amacıyla yeni tesisleri için eniyi yerleri ve çekicilikleri belirlemeye çalışmaktadır. Rakibin ise pazarda r_1 var olan tesisi ve r_2 yeni tesis açmak için aday yeri bulunmaktadır. Oyunun izleyicisi olan rakip kendi kârını enbüyüklemek için öncüye tepki gösterebilir. İzleyicinin olası tepkilerinin var olan tesislerinin çekiciliklerini değiştirmek, yeni tesis açmak ve/veya var olan tesisleri kapatmak olduğu varsayılmaktadır. İzleyicinin tepki olarak var olan tesislerinden birinin çekiciliğini sıfıra indirmesi, o tesisi kapattığı anlamına gelir. Bunun dışında müşterilerin n istem noktasında kümelendiği, öncünün m aday tesis yeri olduğu, izleyiciye ait r_1 var olan tesis ve r_2 aday tesis yeri olduğu varsayılmaktadır.

Gösterime hazırlık olarak ilk önce istem noktaları $j=1, 2, ..., n$, öncüye ait aday tesis yerleri $i=1, 2, ..., m$, izleyiciye ait var olan tesisler $k=1, 2, ..., r_1$ ve yine izleyiciye ait aday tesis yerleri $l=1, 2, ..., r_2$ dizinleriyle gösterilerek probleme ait parametreler ve karar değişkenleri tanımlanır.

Parametreler:

h_j : j noktasındaki satın alma gücü,
c_i : i yerinde birim çekicilik başına gider,
f_i : i yerinde tesis açmanın değişmez gideri,
u_i : i yerinde tesis için çekiciliği kısıtlayan üst sınır,
d_{ij} : i ve j yerleri arasındaki kuş uçuşu uzaklık,
$\tilde{d}_{kj}$: k ve j yerleri arasındaki kuş uçuşu uzaklık,
$\hat{d}_{lj}$: l ve j yerleri arasındaki kuş uçuşu uzaklık,
$\underline{A}_k$: k yerinde var olan tesisin bugünkü çekiciliği,
$\overline{A}_k$: k yerinde var olan tesis için çekiciliği kısıtlayan üst sınır,
b_k : k yerinde var olan tesis için birim çekicilik başına gider veya getiri,
s_k : k yerinde var olan tesisi kapatmanın getirisi,
$\overline{M}_l$: l yerinde tesis için çekiciliği kısıtlayan üst sınır,
e_l : l yerinde yeni tesis için birim çekicilik başına gider,
$\tilde{f}_l$: l yerinde tesis açmanın değişmez gideri.

Karar değişkenleri:

Q_i : i yerinde açılan tesisin çekiciliği,

X_i : i yerinde tesis açıldığında bir, açılmadığında sıfır olan ikili değişken,

A_k : k yerinde var olan tesisin yeni çekiciliği,

M_l : l yerinde açılan tesisin çekiciliği,

Z_k : k yerinde var olan tesis açık kaldığında bir, kapatıldığında sıfır olan ikili değişken,

Y_l : l yerinde tesis açıldığında bir, açılmadığında sıfır olan ikili değişken.

i yerinde Q_i çekiciliğiyle bir tesis açıldığında j noktasındaki bir müşterinin sağladığı yarar çekim temelli gösterim kullanılarak Qi/d_{ij}^2 ile bulunur. j noktasındaki müşterinin izleyiciye ait var olan ve yeni tesislerden sağladığı tüm yarar ise $\sum_{k=1}^{r_1} A_k/\tilde{d}_{kj}^2 + \sum_{l=1}^{r_2} M_l/\hat{d}_{lj}^2$ ile gösterilir. Bunun sonucunda j noktasındaki bir bireyin i noktasında bulunan bir tesisin müşterisi olma olasılığı olan P_{ij}

$$P_{ij} = \frac{Q_i/d_{ij}^2}{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/d_{ij}^2) + \sum_{k=1}^{r_1}(A_k/\tilde{d}_{kj}^2) + \sum_{l=1}^{r_2}(M_l/\hat{d}_{lj}^2)} \tag{1}$$

eşitliğiyle gösterimlenir. Böylelikle öncüye ait yeni tesislerin elde ettiği toplam gelir

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_j P_{ij} = \sum_{j=1}^{n} h_j \sum_{i=1}^{m} P_{ij} = \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/d_{ij}^2)}{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/d_{ij}^2) + \sum_{k=1}^{r_1}(A_k/\tilde{d}_{kj}^2) + \sum_{l=1}^{r_2}(M_l/\hat{d}_{lj}^2)} \tag{2}$$

olur. Benzer biçimde izleyiciye ait var olan ve yeni tesislerin elde ettiği toplam gelir ise

$$\sum_{j=1}^{n} h_j \frac{\sum_{k=1}^{r_1}(A_k/\tilde{d}_{kj}^2) + \sum_{l=1}^{r_2}(M_l/\hat{d}_{lj}^2)}{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/d_{ij}^2) + \sum_{k=1}^{r_1}(A_k/\tilde{d}_{kj}^2) + \sum_{l=1}^{r_2}(M_l/\hat{d}_{lj}^2)} \tag{3}$$

terimiyle belirlenebilir. Bunları kullanarak öncü ve izleyicisini göz önüne alan aşağıdaki çiftdüzeyli doğrusal olmayan karışık tamsayı programlama gösterimi geliştirilebilir.

$$P\text{: enb } \Pi = \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/d_{ij}^2)}{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/d_{ij}^2) + \sum_{k=1}^{r_1}(A_k/\tilde{d}_{kj}^2) + \sum_{l=1}^{r_2}(M_l/\hat{d}_{lj}^2)} - \sum_{i=1}^{m} c_i Q_i - \sum_{i=1}^{m} f_i X_i \tag{4}$$

öyle ki

$$Q_i \le u_i X_i \qquad i = 1,...,m \tag{5}$$

$$Q_i \ge 0 \qquad i = 1,...,m \tag{6}$$

$$X_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,...,m \tag{7}$$

$$\text{enb } \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{\sum_{k=1}^{r_1}(A_k/\tilde{d}_{kj}^2) + \sum_{l=1}^{r_2}(M_l/\hat{d}_{lj}^2)}{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/d_{ij}^2) + \sum_{k=1}^{r_1}(A_k/\tilde{d}_{kj}^2) + \sum_{l=1}^{r_2}(M_l/\hat{d}_{lj}^2)} + \sum_{k=1}^{r_1} s_k(1-Z_k)$$

$$-\sum_{k=1}^{r_1} b_k(A_k - \underline{A}_k Z_k) - \sum_{l=1}^{r_2} e_l M_l - \sum_{l=1}^{r_2} \tilde{f}_l Y_l \tag{8}$$

öyle ki

$$A_k \leq \overline{A}_k Z_k \qquad k = 1,...,r_1 \qquad (9)$$

$$A_k \geq 0 \qquad k = 1,...,r_1 \qquad (10)$$

$$M_l \leq \overline{M}_l Y_l \qquad l = 1,...,r_2 \qquad (11)$$

$$M_l \geq 0 \qquad l = 1,...,r_2 \qquad (12)$$

$$Z_k \in \{0,1\} \qquad k = 1,...,r_1 \qquad (13)$$

$$Y_l \in \{0,1\} \qquad l = 1,...,r_2 \qquad (14)$$

Öncünün amaç fonksiyonu (4) üç adet toplama teriminden oluşur. Birinci terim öncünün yeni tesislerinin topladığı geliri, diğer iki terim ise yeni tesis açmaya ilişkin giderleri göstermektedir. Kısıtlar kümesi (5) ve (6) i yerinde tesis açılmazsa tesisin çekiciliği olan Q_i'nin sıfır olmasını sağlar ve eğer i yerinde tesis açılırsa Q_i'nin u_i üst sınırını geçmesini engeller. İzleyicinin amaç fonksiyonu (8) ise beş adet toplama teriminden meydana gelir. Birinci terim izleyicinin yeni ve var olan tesislerinin elde ettiği geliri, ikinci terim var olan tesisler kapatıldığında oluşan birikimi, üçüncü terim var olan tesisleri yeniden tasarlamanın giderini veya getirisini, dördüncü ve beşinci terimler ise yeni tesis açmanın giderini gösterir. Kısıtlar kümesi (9) ve (10) var olan bir tesisin yeni çekiciliğinin sıfırla belli bir üst sınır arasında olmasını sağlar. Problemin çözümünde A_k değişkeni $\underline{A}_k$'ya eşit olursa k yerindeki var olan tesisin yeniden tasarlanmadığı, ancak açık tutulduğu anlaşılır. Böyle bir durumda A_k - $\underline{A}_k Z_k$ sıfıra eşit olacağından çekicilikle ilgili gider oluşmaz. Ancak $\underline{A}_k < A_k \leq \overline{A}_k$ olursa b_k $(A_k$ - $\underline{A}_k)$ kadar çekicilik gideri doğar. Diğer yandan $0 \leq A_k < \underline{A}_k$ olursa b_k $(\underline{A}_k$ - $A_k)$ kadar bir gelir elde edilir. Son olarak k yerinde var olan tesis kapanırsa ilişkili A_k ve Z_k değerleri sıfırlanacağından çekicilik gideri oluşmaz, ancak izleyici s_k kadar bir birikim elde eder. Kısıtlar kümesi (11) ve (12), l yerinde tesis açılmazsa tesisin çekiciliği olan M_l'nin sıfır olmasını sağlar ve eğer l yerinde tesis açılırsa M_l'nin $\overline{M}_l$ üst sınırını geçmesini engeller. Son olarak kısıtlar kümesi (7), (13) ve (14) ikili değişkenleri, kısıtlar kümesi (6), (10) ve (12) pozitif sürekli değişkenleri gösterir.

Bir sonraki bölümde çözüm yöntemleri tanıtılmadan önce hem öncünün hem de izleyicinin amaç fonksiyonlarına ait iki önemli özelliğini belirtmek yararlı olacaktır. Öncünün amaç fonksiyonu, izleyiciye ait $\boldsymbol{A}$ = $(A_1, A_2, .., A_{r1})$ ve $\boldsymbol{M}$ = $(M_1, M_2, .., M_{r2})$ değişkenleri sabitlendiğinde $\boldsymbol{Q} \geq 0$ için $\boldsymbol{Q}$ değişkenleri üzerinden içbükeydir. Benzer biçimde izleyicinin amaç fonksiyonu, öncüye ait $\boldsymbol{Q}$ = $(Q_1, Q_2, .., Q_m)$ değişkenleri sabitlendiğinde $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{M}) \geq 0$ için $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{M})$ üzerinden içbükeydir. Bu iki özellik de Küçükaydın vd. (2011a, 2011b)'deki argümanlar genelleştirilerek kolayca kanıtlanabilir.

3. ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Bu bölümde gösterime olurlu çözüm bulabilmek için iki melez tabu arama sezgiseli yöntemi önerilmektedir. Daha sonra yöntemlerin başarımları, örnek problemler çözülerek deneysel olarak karşılaştırılmaktadır.

3.1 Birinci Tabu Arama Sezgiseli

Önerilen iki tabu arama sezgiseli de aramayı öncünün yer seçimi değişkenleri olan $\boldsymbol{X}$ üzerinden üst düzey problemde gerçekleştirir. Tabu arama, yerel aramayı yerel eniyilere takılmayacak biçimde yürüten yinelenen bir meta-sezgisel yöntemdir (Glover ve Laguna, 1997). Geliştirilen algoritmalarda bu durum, önceden ziyaret edilen çözümlere dönmeyi gerektiren öncüye ait aday tesis yerlerinde yeni tesis açılması engellenerek gerçekleştirilir. İki algoritma da öncüye ait tek bir tesisin açıldığı bir ilk çözümle başlarlar. Bu tek tesis, öncüye ait her bir aday tesis yerinin tüm istem noktalarına olan ortalama uzaklığın en küçük olduğu i^* aday tesis yerinde u_{i^*} çekiciliğiyle tesis açarak belirlenir. İlk çözüme ait diğer bileşenler ise şu şekilde elde edilir: Bir önceki bölümde belirtildiği üzere izleyicinin amaç fonksiyonu, öncüye ait $\boldsymbol{Q} = (Q_1, Q_2, .., Q_m)$ değişkenleri sabitlendiğinde $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{M}) \geq 0$ için $(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{M})$ üzerinden içbükeydir. Bu yüzden izleyicinin problemi, $\boldsymbol{Y}$ ve $\boldsymbol{Z}$ ikili değişkenleri gevşetilip doğrusal olmayan programlama gevşetmesi kullanan bir dal-sınır algoritmasından yararlanılarak çözülebilir. Yani dal-sınır ağacının her düğümünde ilk önce ikili değişkenler 0 ile 1 arasında gevşetilip böylelikle her düğümde sürekli doğrusal olmayan bir problem elde edilir. Bu sürekli problemin çözümü ise izleyiciye ait özgün probleme bir üst sınır sağlar. Gevşetilmiş problemin çözümünde bütün Y_l ve Z_k değişkenlerinin değerleri 0 veya 1 olarak belirlenirse izleyiciye ait problem için olurlu bir çözüm elde edilmiş olur. Bu olurlu çözüm aynı zamanda izleyiciye ait probleme bir alt sınır sunar. Bu sürekli doğrusal olmayan problemin çözümü için her düğümde ticari doğrusal olmayan çözücü KNITRO 6.0'dan yararlanılır (Waltz ve Plantenga, 2009). Her düğümdeki dallanma, o düğümün çözümündeki Y_l ve Z_k değişkenlerinden değeri 0,5'e en yakın olan değişken seçilerek gerçekleşir. Bir düğümde tamsayılı bir çözüm elde edildiğinde veya elde edilen üst sınır ağacın en iyi alt sınırından daha düşük bir değer aldığında o düğüm budanır. Anlatılan dal-sınır algoritması sayesinde rakibe ait $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{Y}$ ve $\boldsymbol{Z}$ değişkenlerinin değerleri elde edilir. Bu değerler öncüye ait $\boldsymbol{Q}$ ve $\boldsymbol{X}$ değişkenlerinin de değerleriyle beraber öncünün amaç fonksiyonuna konur ve öncünün kârı ilk çözüm için hesaplanır.

Algoritmanın her yinelemesinde yürürlükteki çözüme ait $\boldsymbol{X}$ değişkenlerine değişik tipte hamleler uygulanarak komşu çözümler elde edilir. Bunlar 1-*Ekle*, 1-*Çıkart*, and 1-*Değiştir* hamleleridir. 1-*Ekle* hamlesi tesisi olmayan bir aday yerde bir tesis açar. 1-*Çıkart* hamlesi açık tesisi olan bir yerdeki tesisi kapatır. Son olarak 1-*Değiştir* hamlesi ise tesisi olmayan bir aday yerde bir tesis açarken açık tesisi olan bir yerdeki tesisi kapatır. Bilinen bir $\boldsymbol{X}$'e sahip komşu bir çözüme ait öncünün kârını hesaplayabilmek için bu $\boldsymbol{X}$'e ilişkin çekicilik değerleri olan $\boldsymbol{Q}$'yu bulmak gerekir. Çünkü belirli bir açık tesisler kümesi ve bu tesislere ait çekicilikler için öncünün kârı ancak izleyicinin kendisine göstereceği eniyi tepki bulunduktan sonra hesaplanabilir. $\boldsymbol{Q}$ değişkenlerine ait değerler bulunduktan sonra izleyiciye ait problem yukarıda anlatılan doğrusal olmayan programlama gevşetmesi kullanan dal-sınır algoritmasıyla çözülebilir. $\boldsymbol{Q}$ değişkenlerinin değerleri ise seçilen hamledeki $\boldsymbol{X}$ değerleri ve yürürlükteki çözüm tarafından sağlanan izleyiciye ait $\boldsymbol{A}$ ve $\boldsymbol{M}$ çekicilik değerleri öncüye ait probleme yerleştirildikten sonra bulunabilir. Çünkü bir önceki bölümde söz edildiği gibi öncünün amaç fonksiyonu, izleyiciye ait $\boldsymbol{A} = (A_1, A_2, .., A_{r1})$ ve $\boldsymbol{M} = (M_1, M_2, .., M_{r2})$ değişkenleri sabitlendiğinde $\boldsymbol{Q} \geq 0$ için $\boldsymbol{Q}$ üzerinden içbükeydir. Gerekli $\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{A}$ ve $\boldsymbol{M}$ değerleri yerleştirildikten sonra öncünün problemi $0 \leq Q_i \leq u_i$ sınır kısıtları olan bir içbükey enbüyükleme problemidir. Problemin çözümü Karush-Kuhn-Tucker birinci derece eniyileme koşulları kullanılarak bulunabilir: $\boldsymbol{Q}^*$ problemin yerel eniyisidir ancak ve ancak

$$\text{i) } Q_i^* = 0 \text{ olduğunda } \left.\frac{\partial \Pi(\mathbf{Q})}{\partial Q_i}\right|_{\mathbf{Q}^*} \leq 0 \text{ ise}$$

$$\text{ii) } Q_i^* = u_i \text{ olduğunda } \left.\frac{\partial \Pi(\mathbf{Q})}{\partial Q_i}\right|_{\mathbf{Q}^*} \geq 0 \text{ ise}$$

$$\text{iii) } 0 < Q_i^* < u_i \text{ olduğunda } \left.\frac{\partial \Pi(\mathbf{Q})}{\partial Q_i}\right|_{\mathbf{Q}^*} = 0 \text{ ise}$$

Bu koşullar Bertsekas'ın (1995) kitabında dışbükey enküçükleme problemleri için verilmiştir ve $\Pi(\boldsymbol{Q})$'nun genel enbüyüğünü bulmak için bir eğim artış yöntemi elde etmek amacıyla uygulanabilirler. Yöntemin ilk yinelemesinde keyfi olarak belirlenen $\boldsymbol{Q}^{(0)}$ başlangıç değerleri atanır. Her t yinelemesinde $\boldsymbol{e}^{(t)}$ olarak adlandırılan bir yön vektörüne ve $\alpha^{(t)}$ ile gösterilen bir adım büyüklüğüne gereksinim vardır. Adım büyüklüğü her yinelemede $\alpha^{(t)} = \arg \text{enb}_{\alpha} \Pi(\boldsymbol{Q}^{(t)} + \alpha \boldsymbol{e}^{(t)})$ bağıntısıyla belirlenir ve bir sonraki yinelemede $\boldsymbol{Q}$ değişkeninin değerini güncellemek için kullanılır: $\boldsymbol{Q}^{(t+1)} = \boldsymbol{Q}^{(t)} + \alpha^{(t)} \boldsymbol{e}^{(t)}$. Yöntem, $\left\| \mathbf{e}^{(t)} \right\|$ ile belirtilen yön vektörünün düzgüsü, kullanıcı tarafından belirlenen bir değerden daha küçük hâle gelene kadar devam eder. Eniyi adım büyüklüğünü belirlemek için altın bölüm arama (Press vd., 1986) yönteminden yararlanılır. Altın bölüm arama yöntemini başlatmak için ilk önce $[0, \alpha_{enb}]$ başlangıç aralığı tayin edilir. α_{enb} ise α adım büyüklüğü için $\boldsymbol{Q}$ vektörünün alt ve üst sınırlarına göre olurluluğunu bozmayacak en büyük değerdir.

Yukarıda anlatılan eğim artış yöntemi yardımıyla bir komşu çözüm için gerekli $\boldsymbol{Q}$ değerleri belirlenebilir. Önerilen yöntemde önceden konaklanan çözümleri yeniden elde etmeye neden olabilecek döngüleri engellemek gerekir. Bu döngüleri engellemek tabu listeleri tutularak başarılır. Birinci tabu arama sezgiselinde bu liste, öncünün $\boldsymbol{X}$ yer değişkenlerinden ve önceki yinelemelerde elde edilen komşu çözümlere ait rakibin $\boldsymbol{A}$ ve $\boldsymbol{M}$ çekicilik değişkenlerinden oluşur. Eğer yeni türetilen komşu çözümdeki $\boldsymbol{X}$ değerleri tabu listesinde saklanan $\boldsymbol{X}$ değerleriyle örtüşüyorsa ve $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{M}$ değerleri kenar uzunluğu 100 ve merkezi saklanan $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{M}$ değerleri olan çok boyutlu bir küpün içerisindeyse, o zaman bu komşu çözüm tabu etkindir. Tabu listesinin yapısının böyle olmasının nedeni aynı $\boldsymbol{X}$ değerleri için benzer $\boldsymbol{A}$ ve $\boldsymbol{M}$ değerlerini üretmeyi engellemektir. Çünkü benzer $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{M}$ değerleri rakibin benzer tepkiler vermesine, bu da öncünün kârının benzer değerler almasına sebep olur.

Tabu aramanın her yinelemesinde en iyi komşu çözüm, bir sonraki yineleme için yürürlükteki çözümdür. Eğer en iyi komşu çözümdeki öncünün kârı bilinen en iyi çözümdeki kârdan daha değerliyse en iyi komşu çözüm aynı zamanda bilinen en iyi çözüm olur. Yinelemeleri sonlandırmak için iki ölçütten yararlanılır. İlk ölçüt gerçekleşen en çok yineleme sayısı, ikinci ölçüt ise bilinen eniyi çözümde iyileşme meydana gelmeden gerçekleşen en çok yineleme sayısıdır.

3.2 İkinci Tabu Arama Sezgiseli

Birinci tabu arama sezgiselinde iki kesin yöntemden yararlanılmaktadır. Bunlar, eğim artış yöntemiyle doğrusal olmayan programlama gevşetmesi kullanan dal-sınır algoritmasıdır. Eğim artış yöntemi, rakibin çekicilik değerleri ve öncünün açılacak tesis yerleri belli olduktan sonra öncünün tesislerinin çekiciliklerini belirler. Daha sonra öncünün tesis çekicilikleri rakibe ait alt düzey problemde sabitlenir, öncünün problemi dal-sınır algoritmasıyla çözülerek eniyi tesis yerleri ve çekicilikleri bulunur. Bu çözüm rakibin öncüye olan eniyi tepkisini verir. Daha sonra öncünün tesis yerleri ve çekicilikleri rakibin eniyi tepkisinin göstergesi olan tesis çekicilikleriyle beraber öncünün amaç fonksiyonuna yerleştirilir ve öncünün kârı hesaplanır.

İkinci tabu arama yönteminde ise sadece doğrusal olmayan programlama gevşetmesi kullanan dal-sınır algoritmasından yararlanılır. Eğim artış yöntemi kullanmak yerine öncüye ait tesis çekicilikleri rassal olarak üretilir. Bu yöntemde tabu listesi öncünün $\boldsymbol{X}$ yer değişkenlerinden ve yine öncünün $\boldsymbol{Q}$ tesis çekiciliklerinden oluşmaktadır. Yürürlükteki çözümden bir hamleyle komşu çözüm elde edilirken ilişkin tesis çekicilikleri, merkezi yürürlükteki çözüme ait tesis çekicilikleri olan bir ε çaplı kürenin içerisinde dik-yatay düzgü yardımıyla oluşturulmaktadır. Yürürlükteki çözümün öncüye ait çekiciliklerinin $\boldsymbol{Q}'$ ve merkezi $\boldsymbol{Q}'$ olan kürenin yarıçapının ε olduğu varsayıldığında, komşu çözüme ait öncünün çekicilikleri olan $\boldsymbol{Q}''$, $\sum_{i=1}^{m}\left|Q_i'' - Q_i'\right| < \varepsilon$ olacak biçimde rassal olarak üretilir. Eğer bir X_i' değişkeninin değeri yürürlükteki çözümde sıfıra eşitse ve yeni yaratılan komşu çözümde değeri bire eşitse, ilişkili Q_i'' değeri yine rassal olarak $[0, u_i]$ aralığında üretilir. Yine birinci tabu arama yönteminde olduğu gibi yeni türetilen komşu çözümdeki X'' değerleri tabu listesinde saklanan $\boldsymbol{X}$ değerleriyle örtüşürse ve de $\boldsymbol{Q}''$ değerleri kenar uzunluğu 100 ve merkezi saklanan $\boldsymbol{Q}$ değerleri olan bir çok boyutlu küpün içerisindeyse, o zaman bu komşu çözüm tabu etkindir.

4. BİLGİSAYISAL SONUÇLAR

Rekabetçi tesis yer seçimi problemleri yazınında, karşılaştırma problem örnekleri bulunmaması nedeniyle rassal olarak sınam örnekleri üretildi. İstem noktalarının sayısının $n \in \{50, 60, 70, 80, 90\}$ ve rakibe ait var olan tesis sayısının $r_1 \in \{2, 3, 4)$ olduğu toplam on beş veri kümesi oluşturuldu. Bu veri kümelerinde rakibe ait aday tesis yeri sayısı olan r_2 her örnekte r_1'e eşit seçildi. Öncüye ait aday tesis yeri sayısı ise $m = 2 \times (r_1 + r_2)$ bağıntısıyla belirlendi. Bütün örneklerde öncüye ait ilk $r_1 + r_2$ aday tesis yeri, rakibin var olan ve aday tesis yerleriyle örtüşür. Her veri kümesinden beş ayrı örnek yaratılarak toplam 75 örnek üretildi. İstem noktalarının, öncüye ait aday tesis yerlerinin ve rakibe ait var olan ve aday tesis yerlerinin x ve y koordinatları, [0, 100] aralığında tanımlanan birbiçimli dağılımdan elde edildi. j noktasındaki müşterilerin satın alma gücü olan h_j, öncünün i yerindeki birim çekicilik başına gideri olan c_i, rakibin l yerindeki yeni tesis için birim çekicilik başına gideri olan e_l, rakibin k yerindeki var olan tesis için birim çekicilik başına gider veya getirisi olan b_k ve yine rakibin k yerindeki var olan tesisinin bugünkü çekiciliğini gösteren $\underline{A}_k$ tamsayı değerli parametreler olarak birbiçimli dağılımlardan türetildi: $h_j \sim U$ (100, 100000), $c_i \sim U$ (1, 10), $e_l \sim U$ (1, 10), $b_k \sim U$ (1,10) ve $\underline{A}_k \sim U$ (100, 1000). Yeni tesis açmanın değişmez giderini gösteren f_i ve $\tilde{f}_l$ ilişkili birim çekicilik başına giderlerin 1000 katına eşit olarak alındı: $f_i = 1000c_i$ ve $\tilde{f}_l = 1000e_l$. u_i, $\overline{A}_k$ ve $\overline{M}_l$ üst sınırları ise sırasıyla $u_i = 10000c_i$, $\overline{A}_k = 10000b_k$ ve $\overline{M}_l = 10000e_t$ biçiminde bulundu. Son olarak k yerinde var olan bir tesisi kapatmanın getirisi olan s_k, birim çekicilik başına gider veya getiri olan b_k'nin 500 katına eşitlendi: $s_k = 500b_k$. Her iki algoritma için de yinelemeleri sonlandırma ölçütleri olan gerçekleşen en çok yineleme sayısı ve bilinen eniyi çözümde iyileşme meydana gelmeden gerçekleşen en çok yineleme sayısı sırasıyla 1000 ve 100 olarak belirlendi. Çözüm yöntemleri C# dilinde programlandı; 16 GB RAM, Windows 2003 Server işletim sistemine ve sekiz çekirdekli 3.16 GHz hızında Intel Pentium Xeon işlemciye sahip bir iş istasyonu kullanıldı.

75 örnekten elde edilen sonuçlar Çizelge 1 ve 2'de verilmektedir. TA 1 birinci tabu arama sezgiselini, TA 2 de ikinci tabu arama sezgiselini temsil eder. z_1 birinci tabu aramadan elde edilen en iyi olurlu çözümü gösterirken $AİZ_1$ ana işlemci zamanını verir. İkinci tabu arama sezgiselinde öncüye ait çekicilik değerleri rassal olarak elde edildiğinden dolayı bu algoritma her örnek üzerinde beş kez çalıştırıldı. Bu yöntem için $z_{2,\text{enk}}$ 5 koşumdan elde edilen en kötü amaç değerini, $z_{2,\text{enb}}$ en iyi amaç değerini ve $z_{2,\text{ort}}$ ortalama amaç değerini gösterir. $AİZ_2$ ise beş koşumun ortalama ana işlemci zamanını verir.

Bu 75 örnekte birinci tabu arama algoritmasının ortalama ana işlemci zamanı 5222,1 saniye iken ikinci tabu arama algoritmasınınki 36106,6 saniyedir. Her problem örneği için en iyi sonuç yani öncünün kârının en yüksek olduğu sonuç koyu olarak gösterildi. Örneğin m=8, n=50, r_1=r_2= 2 olan (8, 50, 2, 2) veri kümesinin ilk örneğinde, birinci tabu arama algoritması öncünün kârını 708017,7 bulurken ikinci tabu arama algoritmasının beş koşumundan en iyisinin kârı 766382,6 olarak hesaplandı; bu nedenle 766382,6 değeri, Çizelge 1'de koyu olarak gösterildi. Birinci tabu arama algoritması 75 örnekten 41 tanesinde en iyi olurlu sonucu bulurken geri kalan 34 örnekte ikinci tabu arama algoritması birincisinden daha iyi sonuçlar buldu. İki tabu arama algoritması kıyaslanırsa hem daha fazla örnekte daha iyi sonuçlar bulduğu için hem de ortalama ana işlemci zamanı diğer tabu arama algoritmasınınkinin yaklaşık yedide biri olduğu için, birinci tabu arama algoritması ikinci algoritmadan daha yüksek başarım göstermektedir.

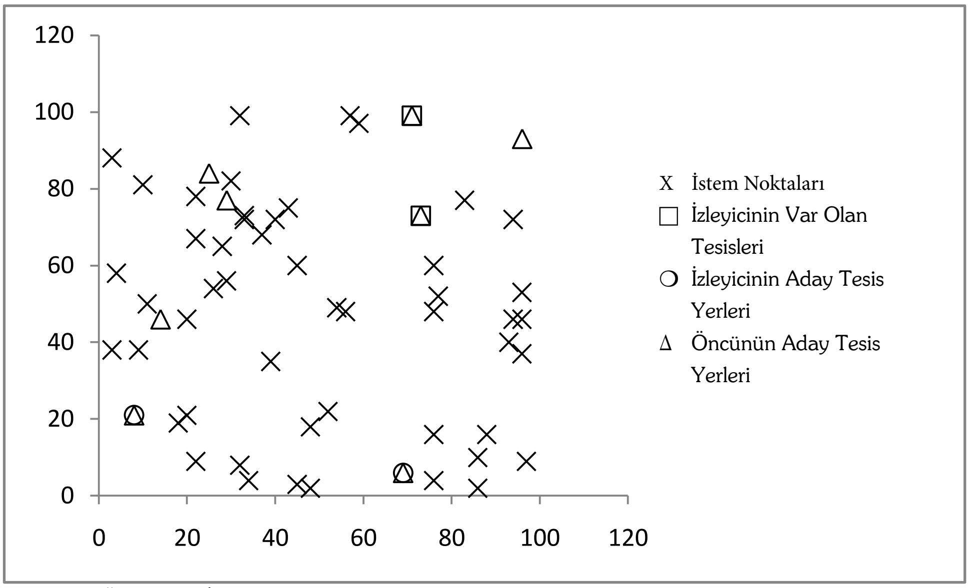
Tabu arama algoritmalarından elde edilen sonuçların özelliklerini sergileyebilmek için (8, 50, 2, 2) veri kümesinin üçüncü örneği bir şekille gösterildi. Bu örnekte en iyi olurlu sonuç ikinci tabu arama algoritması tarafından bulundu ve bu sonuç şekil üzerinde gösterildi. Şekil 1 istem noktalarını, izleyicinin var olan tesislerini ve öncü ile izleyicinin aday tesis yerlerini sergiler. Şekil 2 ise bu problem örneğinin sonucunu gösterir. Öncünün birinci, ikinci, üçüncü, beşinci ve altıncı aday tesis yerlerinde toplam beş yeni tesis açtığı görülmektedir. Bu tesislerin çekicilikleri ise sırasıyla 49756,4, 19982,6, 28376,1, 10833,2 ve 9410,5'tir. Öncünün birinci ve ikinci yeni tesisleri izleyicinin birinci ve ikinci var olan tesis yerlerinde açıldığından, izleyicinin tepkisi ikinci var olan tesisi kapatmak ve birinci var olan tesisin çekiciliğini 877'den 1617,4'e yükseltmek olmaktadır. Çekiciliği yükseltilen tesis Şekil 2'de içi dolu kareyle, öncünün

Çizelge 1. Bilgisayısal Deney Sonuçları

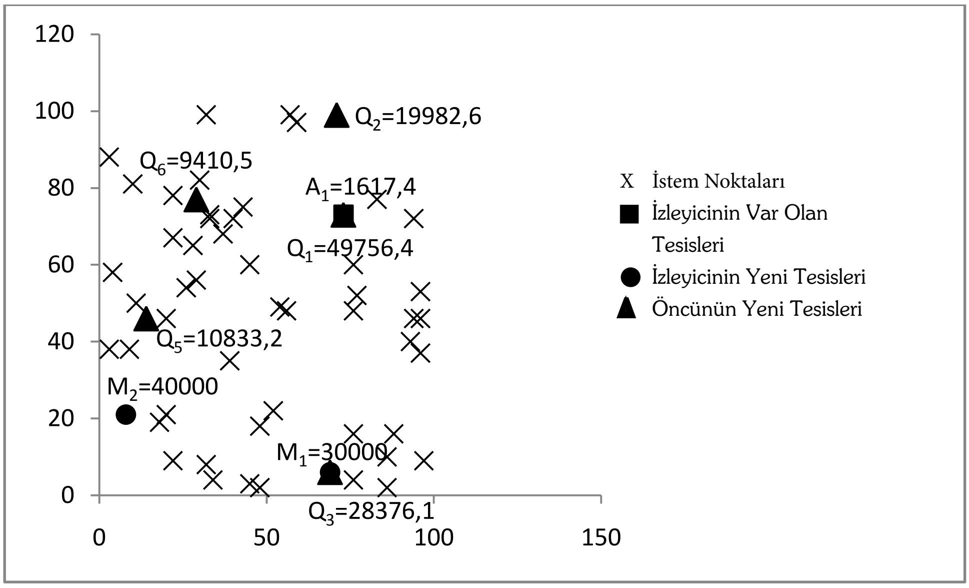
	TA 1		TA 2			
Örnek (m, n, r_1, r_2)	z_1	$AİZ_1$ (san.)	$z_{2,enk}$	$z_{2,ort}$	$z_{2,enb}$	$AİZ_2$ (san.)
	708017,7	29,8	724234,7	750366,7	**766382,6**	2452,5
	1263561,1	41,7	1248855,7	1270250,1	**1290220,1**	2983,0
(8, 50, 2, 2)	1100169,1	700,8	1116947,9	1128690,3	**1132967,5**	2237,6
	1435969,4	47,1	1396288,8	1415429,4	1425493,0	2911,8
	974414,7	35,4	988459,3	992894,4	**998766,5**	2210,8
	1295452,5	775,9	1288962,1	1297641,0	**1300481,3**	3266,1
	1298793,4	1241,6	1276334,5	1281583,3	1289867,2	3552,9
(8, 60, 2, 2)	1765233,6	17,3	1776114,2	1805048,4	**1819376,9**	2862,5
	1082383,6	21,4	1069525,9	1075318,1	1078942,6	2320,4
	1032622,6	772,3	1113724,6	1117480,9	**1122044,4**	4074,6
	1531871,9	66,7	1542719,4	1550223,1	**1555918,1**	3364,3
	1315932,8	5737,1	1287377,4	1306634,1	1315198,4	3153,0
(8, 70, 2, 2)	**1346942,7**	1004,4	1308113,1	1323815,2	1343446,7	3574,5
	1732022,6	1379,1	1732477,0	1736160,3	**1739953,3**	3449,7
	2051814,9	54,3	2016346,0	2024865,5	2033849,9	1489,8
	1988501,0	55,8	2001207,6	2011973,6	**2025662,7**	2471,0
	1712239,1	945,4	1661621,5	1693575,8	1709185,3	5014,2
(8, 80, 2, 2)	**1438617,7**	361,0	1422007,7	1431195,0	1435705,6	2072,7
	1607937,7	53,1	1600568,2	1603809,4	1606703,3	2641,5
	1826378,6	1547,7	1767787,5	1793954,2	1810550,0	2380,0
	1837377,8	1030,2	1732189,7	1788463,0	1822999,3	2704,3
	1542366,6	142,3	1544812,5	1546174,9	**1547088,2**	4468,1
(8, 90, 2, 2)	2093375,7	606,0	2095861,0	2099596,4	**2102111,4**	2991,2
	1979438,3	70,5	1861710,5	1907056,9	1934454,6	1916,6
	1972675,6	1908,7	1887565,9	1913771,5	1929643,4	1862,8
	1202746,0	415,7	1143213,0	1157165,4	1163015,9	15969,0
	995525,1	2928,8	999264,3	1009569,7	**1019116,3**	16660,3
(12, 50, 3, 3)	922530,2	5377,4	928286,3	931495,8	**934413,7**	8701,4
	1285707,0	330,2	1313844,7	1324135,4	**1336619,3**	12466,0
	950105,6	1801,1	1004831,3	1008943,3	**1013564,6**	23117,2
	1411604,0	323,0	1413571,2	1417183,8	**1421999,4**	17828,5
	968010,8	357,0	932304,6	948126,6	959606,1	22704,2
(12, 60, 3, 3)	**1015085,7**	2159,4	1005898,9	1007736,1	1010069,7	14220,8
	1386021,3	6298,1	1377612,9	1387592,4	**1396547,8**	18463,0
	1354679,3	441,2	1296451,7	1316385,2	1350391,1	19350,0
	1348284,2	4795,9	1328054,7	1346114,5	**1371741,6**	39165,0
	1226156,9	7626,5	1241482,8	1245489,7	**1249736,3**	18536,9
(12, 70, 3, 3)	1284975,6	491,1	1308228,6	1316810,7	**1320915,0**	33125,2
	1733072,7	6305,8	1690490,3	1711289,8	1729202,4	30162,0
	1517700,3	2663,1	1497592,7	1505453,4	1510444,0	25333,3

Çizelge 2. Bilgisayısal Deney Sonuçları

	TA 1		TA 2			
Örnek *(m, n, r_1, r_2)*	z_1	$AİZ_1$ (san.)	$z_{2,enk}$	$z_{2,ort}$	$z_{2,enb}$	$AİZ_2$ (san.)
(12, 80, 3, 3)	1807982,8	451,2	1788945,6	1799054,2	**1811408,3**	15347,8
	1966959,0	742,3	1967199,4	1969586,6	**1971853,4**	22315,6
	1210034,7	2370,5	1228127,5	1242274,0	**1261668,3**	28247,4
	1861643,7	902,2	1919952,5	1938686,6	**1951310,1**	50540,4
	1691014,3	1072,8	1651995,4	1698982,8	**1725638,1**	41742,7
(12, 90, 3, 3)	**1631391,7**	487,2	1561822,8	1591817,4	1618763,9	22985,3
	1407237,5	389,4	1355484,5	1398962,7	**1410811,0**	30074,3
	1602355,3	851,7	1575499,7	1591084,3	**1606459,4**	28230,3
	1692652,6	4777,7	1660621,3	1677305,6	1687095,9	39745,2
	1973023,8	5964,6	1932030,5	1943298,0	1955377,3	33777,5
(16, 50, 4, 4)	**831941,3**	10846,0	807198,3	818224,2	828829,4	30932,5
	1075374,0	2216,1	1043700,0	1050324,6	1059006,0	49974,4
	1228906,2	1148,7	1066591,3	1169779,0	1219764,2	72241,1
	889945,0	25614,5	813021,3	877563,3	**912234,5**	169656,3
	1388153,4	3360,4	1382609,3	1384622,7	1387409,4	36136,0
(16, 60, 4, 4)	1188730,1	1518,3	1121831,6	1205472,7	**1236350,9**	78457,6
	1350667,2	1965,4	1311232,6	1334471,7	1344647,3	59011,3
	1304864,6	1291,2	1295091,4	1298186,4	1300657,6	64362,4
	1125113,0	3492,0	1103670,5	1111024,7	1119612,8	26732,1
	1484921,4	17283,4	1443650,0	1463697,7	1477639,9	82369,5
(16, 70, 4, 4)	**1046319,9**	2306,5	1030900,6	1038168,2	1043405,8	68579,3
	1340241,8	749,7	1293127,5	1313879,2	1331300,4	25549,8
	1572186,9	2531,7	1510772,7	1529865,9	1556600,2	50645,1
	1777202,2	5898,4	1771810,9	1826590,9	**1857900,2**	134719,0
	1403871,5	37158,8	1375601,1	1399256,9	**1417502,4**	61952,2
(16, 80, 4, 4)	**1523885,7**	50852,5	1470529,8	1496961,4	1511858,5	171382,6
	1852580,4	2218,8	1813298,5	1823922,4	1843171,1	133996,1
	2361338,3	18685,7	2268886,0	2299384,2	2326639,6	35256,4
	1692032,3	42632,0	1617039,6	1647057,3	1672870,4	62770,0
	1533233,6	15262,9	1522495,9	1527088,1	1530445,0	82762,6
(16, 90, 4, 4)	1689441,3	5919,2	1662724,4	1707920,0	**1747068,2**	153454,2
	1674399,7	26362,3	1695371,3	1704154,0	**1717501,1**	64010,5
	1715332,0	28304,9	1668239,5	1688454,9	1704803,6	118251,7
	1740497,3	3037,4	1713146,2	1722340,3	1731245,3	100225,0
	1829994,1	2033,8	1642581,2	1784381,1	1821404,4	73333,2



Şekil 1. Örnekteki İstem Noktaları, Var Olan Tesisler ve Aday Tesis Yerleri



Şekil 2. Örnekteki Yeni ve Var Olan Tesislerin Yerleri

yeni tesisleri ise içi dolu üçgenlerle gösterilmektedir. Bunun dışında öncünün yeni tesislerinden birisi izleyicinin birinci aday tesis yerinde açılmaktadır. İzleyici de aynı yerde 30000 çekicilikle yeni bir tesis açmış ve bunun yanı sıra ikinci aday tesis yerinde de 40000 çekicilikli yeni bir tesis açmaktadır. İzleyicinin yeni tesisleri de siyah dairelerle gösterilmektedir.

5. SONUÇ

Bu çalışmada, pazara yeni giriş yapan bir firmayla pazarda var olan tesisleri bulunan bir rakip firma arasındaki sıralı oyunu göz önünde bulunduran bir rekabetçi tesis yer seçimi problemi ele alındı. Pazara yeni giriş yapan firma rakibin tepkilerini hesaba katarak kârını enbüyükleyecek tesis yerleri ve çekiciliklerini bulmayı amaçlar. Rakip firma ise bu durum karşısında var olan tesislerinin çekiciliklerini değiştirerek, var olan tesislerini kapatarak ve/veya yeni tesisler açarak tepki gösterir. Bu problem için çiftdüzeyli doğrusal olmayan karışık tamsayılı bir gösterim geliştirildi ve çözümü için iki tabu arama yöntemi önerildi.

Geliştirilen tabu arama yöntemlerinin başarımını karşılaştırabilmek için rassal olarak 75 adet örnek problem verisi üretildi ve bu örnekler üzerinde bilgisayısal deneyler gerçekleştirildi. Sonuçlara göre birinci yöntemin ortalama ana işlemci zamanı 5222,1 saniye iken ikinci yönteminki 36106,6 saniyedir. Bu 75 örnekten 41 tanesinde birinci yöntem daha iyi sonuç verirken geri kalan örneklerde ikinci yöntem daha iyi sonuçlar sağlamaktadır. Bu bağlamda geliştirilen birinci yöntemin başarımının daha yüksek olduğu söylenebilir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma Boğaziçi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü tarafından 08HA301D numaralı proje kapsamında desteklenmiştir.

KAYNAKÇA

1. Bard, J.F. 1998. "Practical Bilevel Optimization Algorithms and Applications," Kluwer Academic Publishers.
2. Bhadury, J., Eiselt, H.A., Jaramillo, J.H. 2003. "An Alternating Heuristic For Medianoid and Centroid Problems in the Plane," Computers and Operations Research, 30, 553-565.
3. Bertsekas, D.P. 1995. "Nonlinear Programming," Athena Scientific, Boston, USA.
4. Drezner, Z. 1982. "Competitive Location Strategies for Two Facilities," Regional Science and Urban Economics, 12, 485-493.
5. Drezner, T., Drezner, Z. 1998. "Facility Location in Anticipation Of Future Competition," Location Science, 6, 155-173.
6. Fischer, K. 2002. "Sequential Discrete p-facility Models for Competitive Location Planning," Annals of Operations Research, 111 (1-4), 253-270.
7. Glover, F., Laguna, M. 1997. "Tabu Search," Kluwer Academic Publishers.
8. Gümüş, Z., Floudas, C.E. 2001. "Global Optimization of Nonlinear Bilevel Programming Problems," Journal of Global Optimization, 20, 1-31.
9. Hotelling, H. 1929. "Stability in Competition," Economic Journal, 39, 41-57.
10. Huff, D. L. 1964. "Defining and Estimating a Trade Area," The Journal of Marketing, 28, 34-38.
11. Huff, D. L. 1966. "A Programmed Solution For Approximating an Optimum Retail Location," Land Economics, 42, 293-303.
12. Küçükaydın, H., Aras, N., Altınel, İ.K. 2011a. "A Discrete Competitive Facility Location Model With Variable Attractiveness," Journal of the Operational Research Society, 62, 1726-1741.
13. Küçükaydın, H., Aras, N., Altınel, İ.K. 2011b. "Competitive Facility Location Problem with Attractiveness Adjustment of the Follower: A Bilevel Programming Model and its Solution," European Journal of Operational Research, 208 (3), 206-220.
14. Moore, J.T., Bard, J.F. 1990. "The Mixed-Integer Linear Bilevel Programming Problem", Operations Research, 38, 911-921.
15. Nakanishi, M., Cooper, L.G. 1974. "Parameter Estimate for Multiplicative Interactive Choice Model: Least Square Approach," Journal of Marketing Research, 11, 303-311.
16. Pérez, M.D.G., Pelegrín, B. 2003. "All Stackelberg Location Equilibria in the Hotelling's Duopoly Model on a Tree with Parametric Prices," Annals of Operations Research, 122 (1-4), 177-192.
17. Plastria, F., Vanhaverbeke, L. 2008. "Discrete Models for Competitive Location With Foresight," Computers and Operations Research, 35 (3), 683-700.
18. Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. 1986. "Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing," Cambridge University Press, New York.
19. Reilly, W.J. 1931. "The Law of Retail Gravitation," Knickerbocker Press, NewYork, NY.
20. Sáiz, M.E., Hendrix, E.M.T., Fernández, J., Pelegrín, B. 2009. "On a Branch-and-bound Approach For a Huff-like Stackelberg Location Problem," OR Spectrum, 31 (3), 679-705.
21. Serra, D., ReVelle, C. 1993. "Market Capture by Two Competitors: The Pre-emptive Location Problem," Economics Working Paper Series, 39.
22. Waltz, R.A., Plantenga, T.D. 2009. "Knitro User's Manual Version 6.0," Ziena Optimization Inc.